21 février 2009

Le site de l'enseignement bilingue francophone en Roumanie

Nombres complexes

FICHE ELEVE

Discipline : Mathématiques
Classe : Xe
Auteurs : enseignants roumains de mathématiques
Niveau : A2

Thème du programme roumain : les nombres complexes

Ressources documentaires (et références) :
http://xmaths.free.fr , site de soutien et d'exercices de mathématiques

Objectifs :

Connaître la forme algébrique d'un nombre complexe (partie réelle, partie imaginaire, égalité, conjugué);

Représenter un nombre complexe dans un repère orthonormé, module, conjugué;

Faire des opérations dans C;

Opérer avec les puissances de i.

Tâches :

Identifier la partie réelle et la partie imaginaire d'un nombre complexe;

Calculer le module d'un nombre complexe (avec la définition, en appliquant les propriétés);

Résoudre l'équation du 2nd degré dans C.

Termes à expliquer :

Français	**Roumain**	**A savoir**
Partie réelle	Parte reală	Termenul real (care nu conține i)
Partie imaginaire	Parte imaginară	Coeficientul lui i
Module	Modul	Distanța de la originea sistemului de axe la reprezentarea geometrică a numărului
Conjugué	Conjugat	Numărul complex care are aceeaşi parte reală cu numărul dat şi partea imaginară opusă
Affixe d'un point du plan	Afixul unui punct din plan	

Mots clés : mathématiques, nombre complexe

Activité 1 : Résoudre dans R les équations :

a) $x^2 - 1 = 0$ b) $x^2 + 2x + 2 = 0$

Activité 2 : Identifier les parties réelle et imaginaire des nombres complexes suivants :

a) $z = 2 + 4i$ b) $z = 5$ c) $z = -7i$ d) $z = i$

Activité 3 : Déterminer les réels x et y tels que

a) $(x+3) + (y - 5)i = 5 - 4i$ b) $xi + 3y - 2i + 4yi = 0$

Activité 4 : Calculer

a) $(1-i)^2(2+3i)+(1-5i)2i$

b) $\dfrac{1+i}{1-i}+\dfrac{3i-1}{2+i}$

c) $S=1+i+i^2+i^3+\ldots+i^{2009}$

d) $P=(1+i)(1+i^2)(1+i^3)\ldots(1+i^{2009})$

Activité 5 : Déterminer le module des nombres complexes suivants :

a) $z = 1 - 2i$

b) b) $z = (7 - 2i)^3$

c) $z = \dfrac{1 + i}{1 - 2i}$

d) $z = \dfrac{1 + ai}{1 - ai}, a \in R$

Activité 6 : Démontrer que $(1 + 2i)^n + (1 - 2i)^n \in R, \forall n \in N^*$

Activité 7 : Démontrer que $\dfrac{z^2 - 2z + 1}{z^2 + 2z + 1} \in R, z \in C - R \Leftrightarrow |z| = 1, \forall n \in N^*$

Activité 8 : Résoudre dans C :

a) $z^2 + z + 2 = 0$

b) b) $z^3 - 1 = 0$

c) c) $z^4 - z^2 + 1 = 0$

Activité 9 : Factoriser dans C : $5z^2 - 6z + 5$

Activité 10 : Soit z un nombre complexe non nul. On définit trois nombres complexes A, B et C par $A = z^2 + z^{-2}$, $B = \dfrac{z - \bar{z}}{z + \bar{z}}$, $C = \dfrac{z^2 - \bar{z}^2}{z\bar{z} + 3}$. Dire, pour chacun des nombres complexes A, B et C, s’il est réel ou imaginaire pur. (Justifier en utilisant les propriétés).

Activité 11 : Soient $z_1 = 2 - 3i$ et $z_2 = z_1^2$.

a) Représenter z_1 et z_2 dans un repère orthonormé.

b) Démontrer que, si z_1 est à l'intérieur du cercle de centre (0,0) et de rayon $\frac{1}{2}$, alors z_2 lui aussi reste à l'intérieur de ce cercle.