

Billet n° 2

Thème: Combinatoire

Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ et tout $k \in \mathbb{N}$, $2 \leq k \leq n$ on a l'égalité $C_n^k = C_{n-2}^{k-2} + 2C_{n-2}^{k-1} + C_{n-2}^k$.

Thème: Fonctions (analyse)

Soit la fonction $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{3}{e^{3x} + 1}$.

- 1) Montrer que, pour tout nombre réel x , $f(x) = 3 - \frac{3e^{3x}}{e^{3x} + 1}$.
- 2) Soit a un réel strictement positif. On note $A(a)$ la mesure de l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe représentative de la fonction f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = a$.
Etablir que $A(a) = 3a - \ln(e^{3a} + 1) + \ln 2$.
- 3) En remarquant que $3a = \ln(e^{3a})$, écrire $A(a)$ sous la forme du logarithme népérien d'un quotient.